

Journées bisontines de didactique et d'épistémologie

Laboratoire de Mathématiques et École Supérieure du Professorat et de l'Éducation
16 et 17 avril 2015

Ces Journées sont organisées par le Laboratoire de Mathématiques de Besançon et la fédération de recherche en éducation FR-ÉDUC adossée à l'ÉSPÉ de l'Académie de Besançon.

Elles sont dédiées à la question du langage en mathématiques et à ses répercussions dans l'enseignement des mathématiques. Elles souhaitent attirer un public varié de chercheurs et d'enseignants intéressés par les questions épistémologiques, historiques et didactiques, ainsi que les étudiants et notamment ceux qui se destinent à l'enseignement des mathématiques.

Présentation du thème des journées. Dans toute activité mathématique, le langage tient une place singulière. Il est au centre de la production et de la diffusion du savoir. Aussi plusieurs aspects seront mis en perspective lors de ces journées : les rapports entre la langue véhiculaire et le langage mathématique, l'évolution des textes et discours mathématiques dans l'histoire, la langue de l'enseignement des mathématiques, la médiation sémiotique et son rôle dans les apprentissages.

Inscription. Le colloque aura lieu dans la salle 316B/316Bbis du bâtiment métrologie de l'UFR Sciences et techniques. Pour vous inscrire à ces journées, c'est gratuit : envoyez un mél à stefan.neuwirth@univ-fcomte.fr ; les repas de midi seront offerts et il y aura une sortie au restaurant jeudi soir.

Programme du jeudi 16 avril.

10h00-11h30. **Guy Wallet**, *Quelques éléments caractéristiques de la théorie des types de Martin-Löf.*

Initialement conçue comme un fondement formel pour les mathématiques constructives, la théorie des types de Martin-Löf (aussi appelée théorie intuitionniste des types) connaît un regain d'intérêt du fait que d'une part elle constitue la base théorique des assistants de preuve comme Coq, et que d'autre part il existe un surprenant lien entre elle et la théorie abstraite de l'homotopie. Dans cet exposé, on essaiera de décrire quelques éléments caractéristiques de cette théorie comme la notion de type, la place de la logique et le traitement de l'égalité. On évoquera aussi comment une certaine réactualisation de la notion historique de suite de choix permet de définir une théorie des types nonstandard. Le sujet de l'exposé sera traité de manière pédagogique en évitant dans la mesure du possible les développements formels et techniques.

13h30-15h00. **Table ronde**, *Dimension didactique et dimension épistémologique du signe.*

15h30-17h00. **Sabine Bouveret et Katja Ploog**, *Oral élaboré et écrit spontané en classe de mathématiques.*

Si le langage verbal est un vecteur central de la transmission des savoirs en contexte institutionnel, les mécanismes linguistiques sous-jacents aux processus de transmission/appropriation restent largement à élucider. Notre exposé souhaite contribuer à cette réflexion par un inventaire des modalités langagières telles qu'elles existent dans l'écologie d'une classe de collège en mathématiques, et de leur apport pour la constitution des savoirs : quels sont les enjeux langagiers de cette appropriation ? Dans quelle mesure les contraintes langagières entrent-elles en conflit avec les exigences normatives, curriculaires dans le processus de transmission ?

Dans un premier temps, la distinction de différents types de savoirs du point de vue du sujet apprenant nous conduira à introduire, comme déterminante de la transmission, la notion d'appropriation. Une saisie plus spécifiquement didactique visera à dégager les aspects dynamiques de la transmission des savoirs mathématiques au collège. Notre exposé cherchera ensuite à inventorier les modalités langagières d'appropriation des connaissances en mettant en exergue les différents types de contraintes auxquelles ces modalités sont soumises. En faisant l'hypothèse que le rôle de l'oral dans la construction des savoirs reste largement sous-estimé, nous en examinerons les caractéristiques linguistiques formelles et fonctionnelles majeures pour enfin dégager le potentiel facilitateur de l'oral dans le processus de transmission.

17h30-19h00. **Stefan Neuwirth**, *Les définitions de nom et les autres.*

Je propose de découvrir la problématique de la définition en mathématiques à partir d'un exemple géométrique : l'angle droit. Ce *nom* d'angle droit peut être défini en bonne et due forme, mais nous allons nous apercevoir que ce n'est le cas d'aucun des termes utilisés pour ce faire. Il est bien connu qu'on ne peut pas tout définir !

Les dictionnaires passent outre : nous en profitons pour consulter la définition des *mots* d'angle et de droite et nous demander s'il s'agit de définitions de ces *choses*. C'est l'occasion de se rendre compte que les dictionnaires aussi ont épousé la mode de la définition ensembliste et formelle, et de documenter les difficultés de définir la droite.

Enfin, j'étudierai dans quelle mesure la méthode axiomatique peut proposer une définition *implicite* des termes primitifs de la géométrie.

Nous serons guidés dans cette découverte par l'opuscule *De l'esprit géométrique* de Blaise Pascal.

Programme du vendredi 17 avril.

09h00-10h30. **Maria Alessandra Mariotti**, *La médiation sémiotique et son rapport aux artefacts* (conférence).

À partir d'une étude des processus cognitifs et didactiques liés à l'utilisation des artefacts dans les activités en classe, nous avons élaboré un cadre théorique, la Théorie de la Médiation Sémiotique (TMS), qui fournit une référence pragmatique aux enseignant-e-s pour exploiter le potentiel didactique d'un certain artefact par rapport à des objectifs didactiques spécifiques. Centrée sur l'idée séminale de médiation, introduite par Vygotski (1978), la TMS propose de décrire et de comprendre le processus qui commence avec l'utilisation par un-e élève d'un artefact et conduit à l'appropriation, par cet-te élève, d'un contenu mathématique particulier.

Cette perspective prend en compte le rôle de l'enseignant-e, et fournit la base pour un modèle explicite de ce qui est attendu de celui-ci. Ce modèle a comme objectif d'être inspirateur d'une ingénierie didactique qui prend en compte à la fois l'élève(s) et l'enseignant-e et qui prévoit le développement d'un discours centré sur l'utilisation d'un artefact avec la finalité d'exploiter son potentiel sémiotique par rapport à un contenu mathématique particulier.

Les exemples qui seront présentés sont tirés d'expériences diverses et vont considérer soit des artefacts concrets (manipulables) soit des artefacts virtuels.

11h00-12h30. **Thomas Barrier, Anne-Cécile Mathé et Joris Mithalal**, *Dimensions collective et sociale de l'apprentissage en géométrie : langage et activité géométrique* (conférence).

De façon partagée en didactique des mathématiques, nous considérons que la confrontation aux problèmes donne du sens aux connaissances géométriques et participe ainsi de leur constitution, tant dans le premier que le second degré. Dans cet apprentissage interviennent en outre des manières d'agir, de parler et de penser le monde ; l'entrée dans la pratique spécifique que constitue la géométrie, culturellement déterminée, repose de ce point de vue sur une construction collective et sociale. Comment comprendre la manière dont ces processus s'entremêlent et interagissent, dans une situation d'apprentissage, pour permettre la construction de connaissances géométriques ? Cette problématique nous conduit à porter une attention spécifique à la dimension sociale, que nous abordons par le biais des échanges verbaux, de l'activité géométrique des élèves en situation de résolution de problème.

Engagés dans une recherche collaborative au sein du projet LEMME autour de ces questions, nous interrogerons comment interactions langagières et résolution de problème participent, dans l'apprentissage, de la constitution d'une pratique géométrique partagée et visée par l'enseignement. En mettant à l'épreuve un outil méthodologique pour la description de l'activité géométrique d'élèves et de son évolution, appelé mode de fréquentation, nous proposons en particulier des pistes de recherche visant à mieux penser les interactions entre phénomènes d'adaptation et construction sociale de connaissances géométriques.

14h00-15h30. **Thomas Barrier, Anne-Cécile Mathé et Joris Mithalal**, *Visualisation en géométrie et discours* (atelier).

Dans cet atelier, notre objectif sera d'étudier les relations entre les dimensions visuelle et discursive de l'activité géométrique. Ces relations sont au cœur des travaux théoriques de Raymond Duval sur les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie. Nous chercherons à les confronter à des éléments empiriques recueillis dans le cadre d'un travail collaboratif conduit à l'ÉSPÉ Lille Nord de France en formation initiale des professeur-e-s des écoles par des formateurs/trices en mathématiques. Les contenus mathématiques abordés relèveront donc du collège ce qui nous permettra de mettre en perspective les analyses proposées avec le contexte de l'enseignement secondaire.

Ces données sont issues d'observations réalisées lors de trois mises en œuvre d'une même séquence de formation conçue collectivement. Ce contexte sera l'occasion de discuter d'un premier rôle du langage dans l'enseignement : la capacité de l'enseignant à se saisir des connaissances déployées par les élèves pour les recontextualiser dans une communauté discursive porteuse de savoirs. Nous identifierons des divergences dans les enjeux de savoir mis en avant par chacun-e des formateurs/trices.

Du point de vue de l'activité des étudiant-e-s, nous nous intéresserons à la relation dialectique entre la visualisation et le discours au sein de ce que Duval qualifie de processus de déconstruction dimensionnelle. Nous chercherons à le mettre en évidence, et à le distinguer d'autres formes de relation entre visualisation et discours. Nous mettrons par ailleurs en évidence la manière dont les interactions langagières entre étudiant-e-s contribuent au développement de ce processus dynamique par la confrontation dans le langage des points de vue sur les figures. Pour l'essentiel, le travail proposé au participant consistera en des analyses de transcriptions issues des observations filmées des déroulements.

16h00-17h30. **Maria Alessandra Mariotti**, *Le processus de médiation sémiotique dans la réalité de la classe* (atelier).

L'atelier se propose d'illustrer comment le processus de médiation sémiotique se met en place dans la classe. On analysera des extraits de discussions collectives et on cherchera à dégager, à partir de l'identification de chaînes sémiotiques, les signifiés différents qui sont en train de se construire et d'évoluer. En même temps, l'analyse se focalisera sur les différentes actions de l'enseignant-e, actions qui ont pour but de faire progresser l'évolution du processus de médiation sémiotique.

Organisateurs : Arnaud Simard, Philippe Le Borgne et Stefan Neuwirth.